

آزمایش شماره ۵

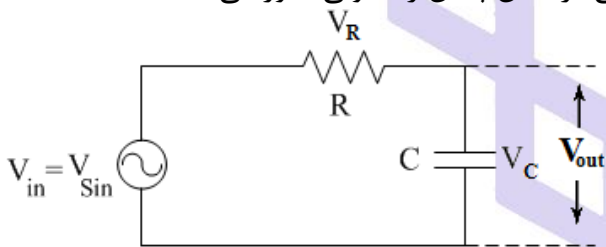
پاسخ مدار RC به ولتاژهای سینوسی و مربعی

هدف آزمایش

به بررسی رفتار فرکانسی مدارهای مرتبه اول از نوع RC، اندازه گیری مشخصات زمانی مانند ثابت زمانی و مشخصات پاسخ فرکانسی (پاسخ فرکانسی یعنی نسبت اندازه خروجی یک مدار به ورودی آن در فرکانسهای مختلف) مانند فرکانس قطع در این مدارها پرداخته می شود. همچنین در این آزمایش با خواص فیلتری این مدارها آشنا می شویم. مدار RC بسته به ترکیب، نوع اعمال ورودی و نحوه قرار دادن R یا C در خروجی می تواند به صورت فیلتر پایین گذر یا فیلتر بالا گذر رفتار کند. علت وابستگی پاسخ این مدارها به فرکانس، تغییر امپدانس خازن در اثر تغییر فرکانس ورودی است. از ترکیب دو فیلتر بالاگذر و پایین گذر نیز می توان یک فیلتر میان گذر تولید کرد.

فرکانس قطع: جایی است که ولتاژ خروجی به $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ولتاژ ورودی در فرکانس عبور کاهش می یابد (قضیه نصف توان). یا به عبارت دیگر $3dB$ دیگر $(-3dB = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{2}})$ کاهش در دامنه ورودی ایجاد می شود.

(۵-۱) مدار پایین گذر: مداری است که ورودی DC و ورودیهای سینوسی فرکانس پایین را بخوبی عبور می دهد.



رابطه ولتاژ خروجی به صورت زیر به دست می آید:

$$V_{out} = \frac{1}{R + \frac{1}{Cj\omega}} V_{in} = \frac{1}{RCj\omega + 1} v_{in} \Rightarrow \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \text{ و } \varphi = \tan^{-1}(-\omega RC)$$

$$V_R = \frac{R}{\frac{1}{CS} + R} V_{in} \Rightarrow V_R = \frac{RCS}{1 + RCS} V_{in} \xrightarrow{RCS \ll 1} V_R = RCS V_{in} \xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} v_R(t) = RC \frac{dv_{in}(t)}{dt}$$

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \xrightarrow{f \uparrow} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 0 \Rightarrow |V_{out}| \approx 0 \text{ و } \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{بر اساس معادله اگر فرکانس زیاد شود:}$$

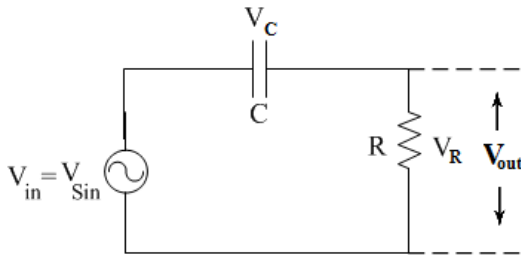
این مدار ولتاژ ورودی را تضعیف می کند و در خروجی چیزی را عبور نمی دهد. حال اگر فرکانس کم شود:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \xrightarrow{f \downarrow} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 1 \Rightarrow |V_{out}| = |V_{in}| \text{ و } \varphi = 0$$

سیگنال ورودی از مدار عبور کرده و در خروجی قرار می گیرید. به این مدار که فرکانس های بالا را فیلتر می کند و فرکانس های پایین را عبور می دهد، فیلتر پایین گذر می گویند. در این حالت فرکانس قطع از رابطه زیر به دست می آید:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

۲-۵) مدار بالا گذر: مداری است که ورودی های (سینوسی) با فرکانس بالا را بخوبی عبور می دهد ولی ورودی با فرکانس



های پایین را تضعیف می کند.

رابطه ولتاژ خروجی به صورت زیر به دست می آید:

$$V_{out} = \frac{R}{R + \frac{1}{Cj\omega}} V_{in} = \frac{RCj\omega}{RCj\omega + 1} v_{in} \Rightarrow \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \text{ و } \varphi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(RC\omega)$$

بر اساس این معادله اگر فرکانس زیاد شود:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \xrightarrow{f \uparrow} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 1 \Rightarrow |V_{out}| = |V_{in}| \text{ و } \varphi = 0$$

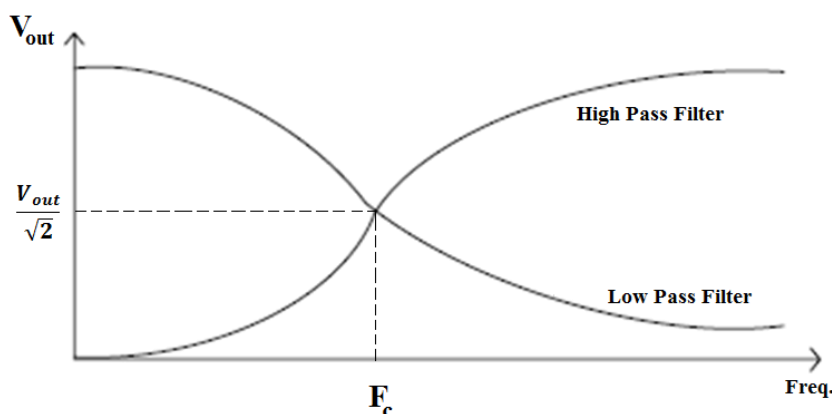
سیگنال ورودی از مدار عبور کرده و در خروجی قرار می گیرید. حال اگر فرکانس کم شود:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \xrightarrow{f \downarrow} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \approx 0 \Rightarrow |V_{out}| \approx 0 \text{ و } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

این مدار ولتاژ ورودی را تضعیف می کند و در خروجی چیزی را عبور نمی دهد. پس فرکانس قطع از رابطه زیر به دست می آید:

$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

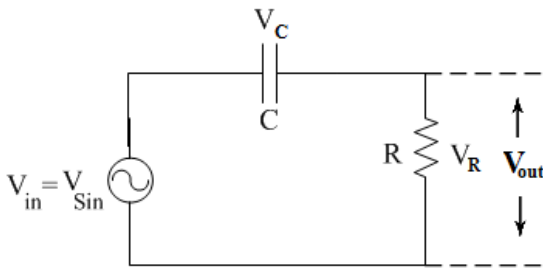
در این صورت پاسخ فرکانسی فیلتر پایین گذر و بالا گذر را ($V_{in} = V_{sin}$) به صورت زیر خواهد بود:



۳-۵) مدارهای RC به عنوان انتگرال گیر و مشتق گیر

الف) اگر مقادیر R و C در شکل زیر طوری انتخاب شوند که $\omega RC \ll 1$ باشد، در این صورت V_{out} در فرکانسهای کوچکتر

از f_c بسیار کوچکتر از V_i (تقریباً صفر) خواهد بود:

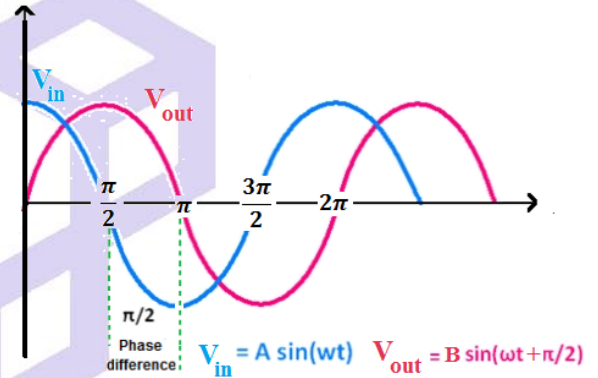
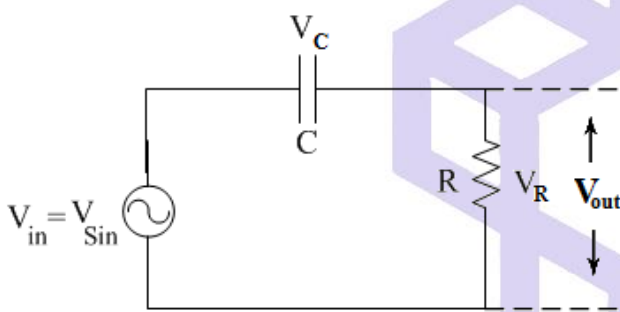


$$V_i(t) = \frac{1}{C} \int i dt + V_o(t) \approx \frac{1}{C} \int \frac{V_o(t)}{R} dt \Rightarrow V_o(t) = RC \frac{dV_i(t)}{dt}$$

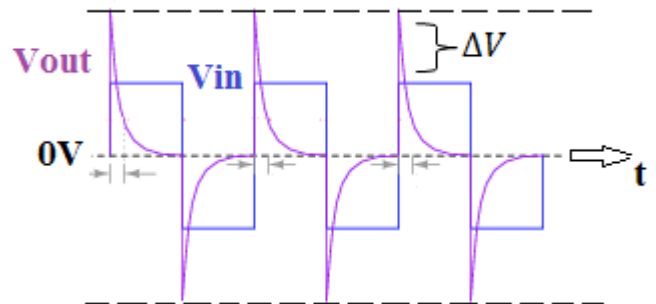
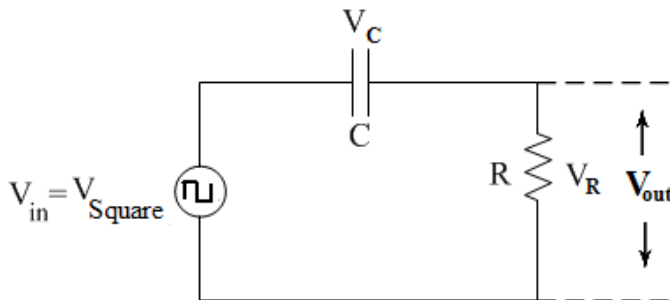
$$V_R = \frac{R}{\frac{1}{CS} + R} V_{in} \Rightarrow V_R = \frac{RCS}{1 + RCS} V_{in} \xrightarrow{RCS \ll 1} V_R = RCS V_{in} \xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} v_R(t) = RC \frac{dv_{in}(t)}{dt}$$

تحت این شرایط مدار RC را یک مشتق گیر می گویند.

بنابراین اگر V_i سینوسی باشد، شکل موج خروجی (V_{out}) با آن اختلاف فاز (پیش فاز) خواهد داشت.

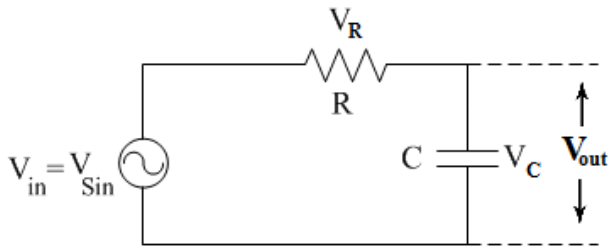


در صورتیکه ورودی مربعی باشد، خروجی بسته به فرکانس ورودی مطابق شکل زیر دارای Tilt (شیب) خواهد بود:



ب) اگر مقادیر R و C در شکل زیر طوری انتخاب شوند که $\omega RC \gg 1$ باشد، در این صورت V_{out} در فرکانسهای بزرگتر

از f_c بسیار کوچکتر از V_i (تقریباً صفر) خواهد بود:



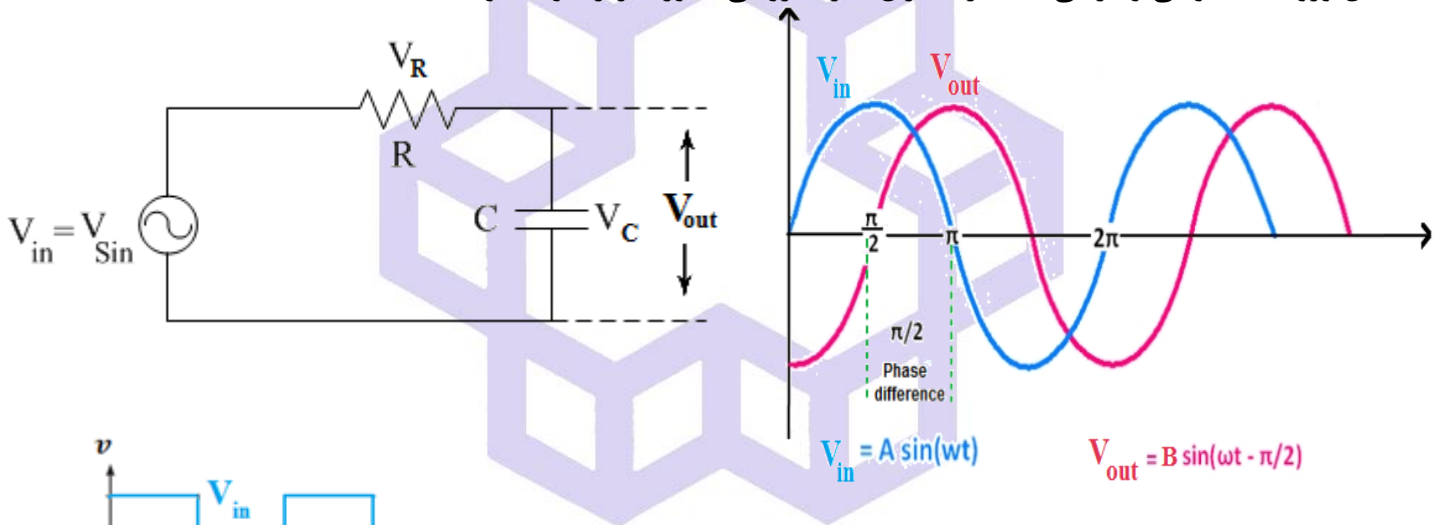
$$V_i(t) = Ri(t) + V_o(t) \approx Ri(t) = RC \frac{dV_o(t)}{dt} \Rightarrow V_o(t) = \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt$$

$$V_c = \frac{1}{\frac{1}{CS} + R} V_{in} \Rightarrow V_c = \frac{1}{1 + RCS} V_{in} \xrightarrow{RCS \gg 1} V_c = \frac{1}{RCS} V_{in} \xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} v_c(t) = \frac{1}{RC} \int v_{in}(t) dt$$

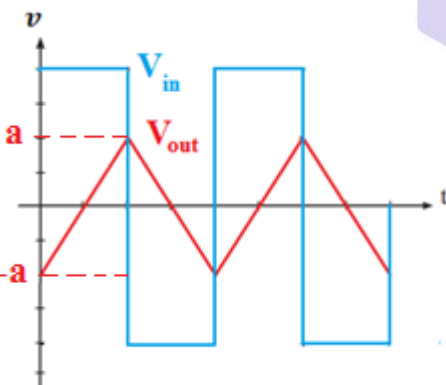
تحت این شرایط مدار RC را انتگرال گیر می گویند. بنابراین اگر ورودی سینوسی باشد، شکل موج خروجی 90° با آن اختلاف

فاز (پس فاز) خواهد داشت.

با اعمال ورودی سینوسی و مربعی به مدار انتگرال گیر، خروجی بصورت زیر خواهد بود:



در صورتیکه ورودی مربعی باشد، شکل خروجی :

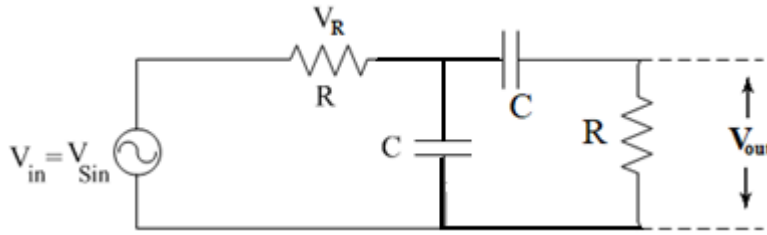


در مدار انتگرال گیر RC با ورودی موج مربعی برای بدست آوردن مقدار دامنه ولتاژ خروجی از رابطه زیر استفاده می شود.

$$|a| = \left| V_i \times \frac{e^{-\frac{T}{RC}} - 1}{e^{-\frac{T}{RC}} + 1} \right|$$

۴-۵) فیلتر میان گذر

شکل زیر، ترکیب دو فیلتر پایین گذر و بالاگذر را به طور سری نشان می دهد. تابع پاسخ فرکانسی این مدار عبارت است از:



$$v(t) = v_i \sin \omega t = v_i \angle 0$$

$$v_o(t) = v_o \sin(\omega t + \varphi) = v_o \angle \varphi$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \left| \frac{v_o}{v_i} \right| \angle \varphi \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{RC\omega j}{1 + 3RC\omega j - (RC\omega)^2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - (RC\omega)^2)^2 + 9(RC\omega)^2}}, \varphi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{3RC\omega}{1 - (RC\omega)^2} \right)$$

رفتار این مدار در فرکانس های بالا و پایین به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f \rightarrow 0 \Rightarrow \left| \frac{v_o}{v_i} \right| \approx 0, \varphi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(0) = \frac{\pi}{2} \\ f \rightarrow \infty \Rightarrow \left| \frac{v_o}{v_i} \right| \approx 0, \varphi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

بر اساس تئوری بالا این مدار نه فرکانس های بالا و نه فرکانس های پایین را عبور نمی دهد. ولی با توجه به اینکه ۲ نقطه عطف در موج دیده می شود، باید حداقل یک حداکثر داشته باشد. پس می توان گفت در یک بازه فرکانسی میانی موج عبور داده می شود. فرکانسی که خروجی در آن به حداکثر خود می رسد و به آن فرکانس میانی می گویند. بر همین اساس می توان گفت که در این مدار دو فرکانس قطع هم وجود دارد (فرکانس قطع پائین و فرکانس قطع بالا). فرکانس مرکزی به این صورت محاسبه

$$\frac{d\left(\left| \frac{v_o}{v_i} \right|\right)}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{می شود.}$$

پهنای باند، فاصله بین دو فرکانس قطع مدار می باشد و به عبارتی پهنای باند عبور است. پهنای باند بصورت زیر خواهد بود:

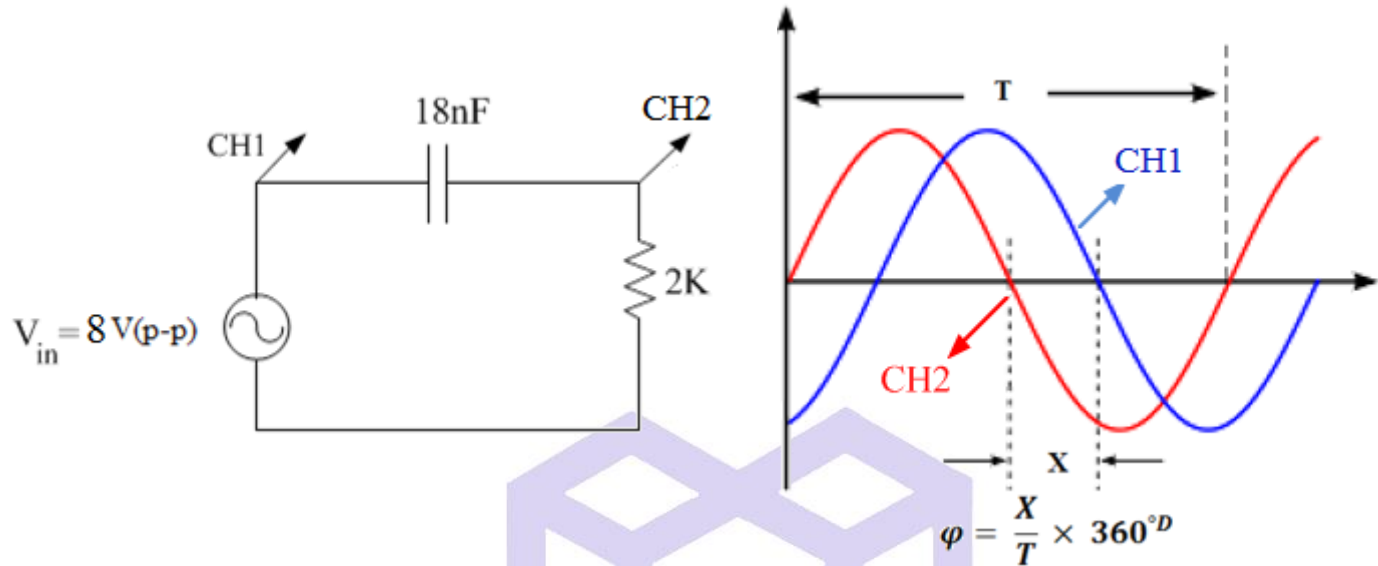
$$BW = f_1 - f_2 \rightarrow f_1 = \frac{3.3}{2\pi RC} \text{ و } f_2 = \frac{0.3}{2\pi RC}$$

انجام یکی از قسمت های بخش انتگرال گیری یا مشتق گیری توسط مدرس هر گروه اختیاری، ولی میان گذر اجباری است.

شرح آزمایش (۵-۳ و ۵-۲)

الف) پاسخ مدار بالاگذر با استفاده از موج سینوسی

یک مدار RC ساده زیر را با دامنه ولتاژ ورودی را $8V_{p-p}$ ببندید و سپس با تغییر فرکانس، جدول را کامل نمایید.



(توجه: دامنه ولتاژ در هر مرحله، باید مقدار ثابت خود یعنی $8V$ را داشته باشد.)

F_g (KHZ)	۰.۱	۰.۵	۱	۳	۴	۶	۸	۱۰	۱۵	۲۰
$V_{(out)_{(p-p)}}$ (v)										
T										
X										
ϕ_{OUT}										
خطای مطلق V_{OUT}										
خطای نسبی V_{OUT}										

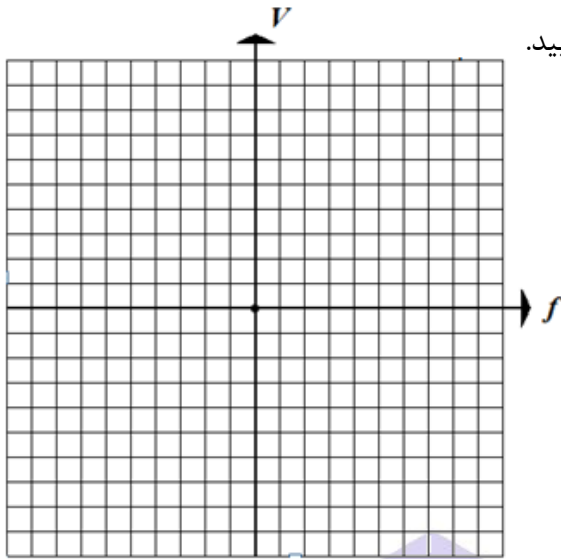
سؤال

- منحنی تغییرات V_{OUT} و ϕ_{OUT} را بر حسب فرکانس رسم نمایید.
- فرکانس کاهش ولتاژ به اندازه $3db$ را هم از روی منحنی پاسخ فرکانسی و هم بصورت تئوری بدست آورید.
- در مقدار کاهش $3db$ ، ϕ_{OUT} چه مقدار می باشد؟ چرا؟

ب) پاسخ مدار بالاگذر با استفاده از موج مربعی

مدار شکل الف را ببینید. ولتاژ مربعی به مدار با دامنه $5V(p-p)$ اعمال نمایید. شکل موج خروجی را برحسب فرکانسهای

خواسته شده همراه با شکل ورودی متناظر آن ترسیم نمایید.



- 1) $f_{in} = 1KHz$, 2) $f_{in} = 5KHz$
 3) $f_{in} = 10KHz$, 4) $f_{in} = 20KHz$

سؤال

۱) در چه صورت خروجی بصورت سوزنی کامل خواهد شد؟

۲) مقدار ΔV را هم از لحاظ تئوری و عملی بدست آورید. خطای نسبی یا مطلق ΔV را برای هر ۴ فرکانس ورودی ذکر شده بدست آورید. چرا با افزایش فرکانس این مقدار کاهش می یابد؟

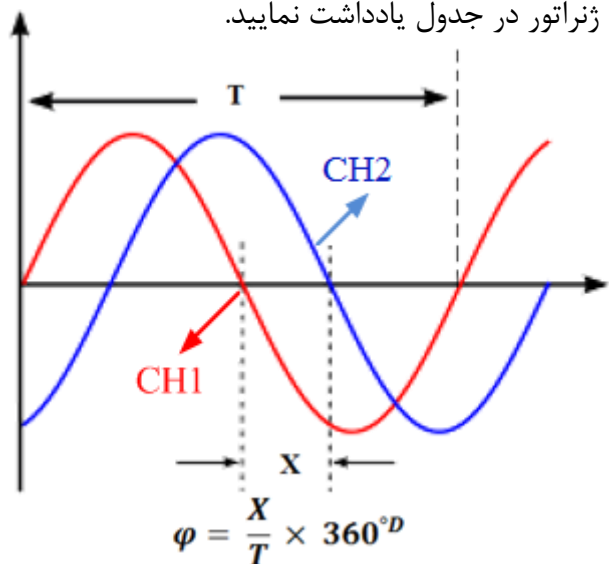
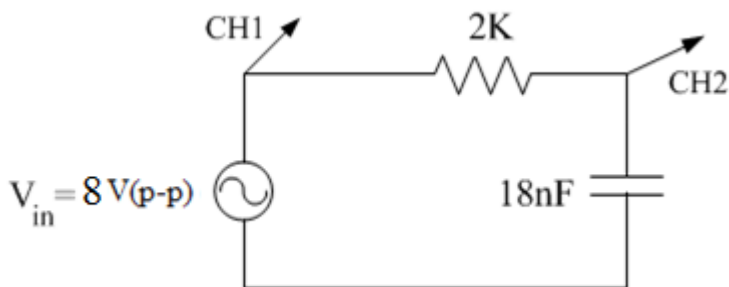
۳) در این مدار با ورودی مربعی چه زمان شارژ خازن و چه زمان دشارژ خازن انجام می شود؟

شرح آزمایش (۵-۳ و ۵-۱)

الف) پاسخ مدار پایین گذر با استفاده از موج سینوسی

مدار RC ساده زیر را بسته و دامنه ولتاژ سینوسی ورودی را $8V_{p-p}$ تنظیم کنید. موارد خواسته شده را با تغییر فرکانس

سیگنال ژنراتور در جدول یادداشت نمایید.



(توجه: دامنه ولتاژ در هر مرحله، باید مقدار ثابت خود یعنی 8V را داشته باشد.)

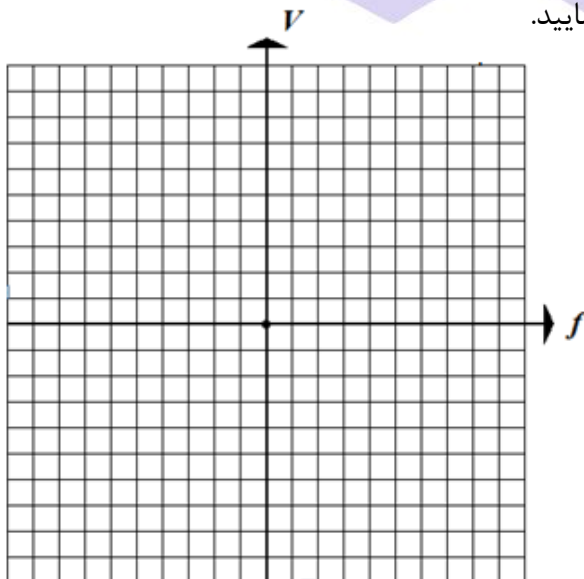
F_g (KHZ)	۰.۱	۰.۵	۱	۳	۴	۶	۸	۱۰	۱۵	۲۰
$V_{(out)_{(p-p)}}$ (v)										
T										
X										
ϕ_{OUT}										
خطای مطلق V_{OUT}										
خطای نسبی V_{OUT}										

سؤال

- ۱) منحنی تغییرات V_{OUT} و ϕ_{OUT} را برحسب فرکانس رسم نمایید.
- ۲) فرکانس کاهش ولتاژ به اندازه 3db را هم از روی منحنی پاسخ فرکانسی و هم بصورت تئوری بدست آورید.
- ۳) در مقدار کاهش 3db، ϕ_{OUT} چه مقدار می باشد؟ چرا؟

ب) پاسخ مدار پایین گذر با استفاده از موج مربعی

مدار شکل الف را ببندید. ولتاژ مربعی به مدار با دامنه 5V(p-p) اعمال نمایید. شکل موج خروجی را برحسب فرکانسهای خواسته شده همراه با شکل ورودی متناظر آن ترسیم نمایید.



- 1) $f_{in} = 1KHz$, 2) $f_{in} = 5KHz$
- 3) $f_{in} = 10KHz$, 4) $f_{in} = 20KHz$

سؤال

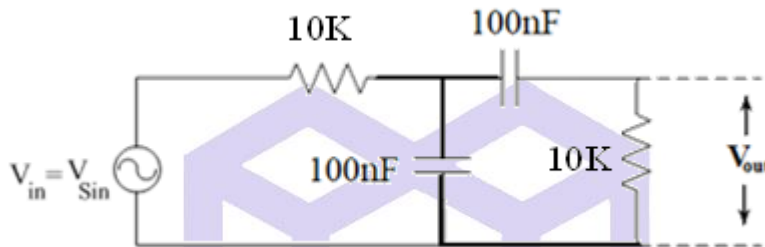
۱) در چه صورت خروجی بصورت مثلثی یا دندان اره‌ای، دارای شیب صاف و مناسبی خواهد بود؟

۲) مقدار $|a|$ (مقدار دامنه ولتاژ خروجی) را هم از لحاظ تئوری و عملی بدست آورید. خطای نسبی یا مطلق $|a|$ را برای هر ۴ فرکانس ورودی ذکر شده بدست آورید.

شرح آزمایش (۴-۵)

مدار RC ساده زیر را بسته و دامنه ولتاژ سینوسی ورودی را $8V_{p-p}$ تنظیم کنید و سپس موارد خواسته شده را با تغییر

فرکانس سیگنال ژنراتور در جدول یادداشت نمایید.



(توجه: دامنه ولتاژ در هر مرحله، باید مقدار ثابت خود یعنی $8V$ را داشته باشد.)

F_g (HZ)	۲۵	۴۵	۷۵	۱۰۰	۱۵۵	۲۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰۰
$V_{(out)_{(p-p)}}$ (v)									
T									
X									
ϕ_{OUT}									
خطای مطلق V_{OUT}									
خطای نسبی V_{OUT}									

سؤال

۱) منحنی تغییرات V_{OUT} و ϕ_{OUT} را بر حسب فرکانس رسم نمایید.

۲) فرکانس $3db$ (فرکانس قطع) را هم از روی منحنی پاسخ فرکانسی و هم به صورت تئوری به دست آورید.

۳) در فرکانس $3db$ ، ϕ_{OUT} چه مقدار می‌باشد؟ چرا؟